

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)  
(ii) Je li  $F(x) = \arctan e^x$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{e^x}{1+e^{2x}}$ ? Obrazložite. (4 boda)  
(iii) Odredite  $\int (x^2 + 2)e^x dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-1}^2 (x^3 - 3)dx$ . (4 boda)  
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)  
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite oba oblika formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (3 boda)  
(ii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (3 boda)  
(iii) Izračunajte približnu vrijednost  $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$  ako je  $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$ ,  $(x_0, y_0) = (-1, 1)$ ,  $\Delta x = 0.05$ ,  $\Delta y = -0.07$ . (4 boda)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)  
(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 2xy$  i ako je  $D := -3 \leq x \leq -1$ ,  $e^x \leq y \leq e^x + 1$ . Nacrtajte područje  $D$ ! (4 boda)  
(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)
5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)  
(ii) Odredite koja je od sljedećih diferencijalnih jednadžbi linearna prvog reda i objasnite zašto:  
(a)  $y' \cos x = 2y - x$ ,      (b)  $y' \arctan x = 3xy - \pi$ ,      (c)  $yy' = e^x$ ,      (d)  $y \cdot \sin y' = x - 3$ .  
Za linearne recite jesu li homogene ili nehomogene. Objasnite! (3 boda)  
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:  $y'' - 14y' + 49y = 0$ ,  $y'' - 2y' + 17y = 0$ ,  $y'' + 4y' - 12y = 0$ . (4 boda)

1. (i) Izračunajte  $\int \sin 3x \cos 5x dx$ . (4 boda)  
(ii) Izračunajte  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$ . (4 boda)  
(iii) Geometrijski interpretirajte integral pod ii). (2 boda)
2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima, pravcem  $x = \pi$  i grafom funkcije  $f(x) = \sin^2 x$  oko osi  $OX$ . (6 bodova)  
(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)
3. Funkcija  $z = z(x, y)$  zadana je implicitno s

$$2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0.$$

- (i) Nadite  $dz$  u točki  $T(2, 0, 1)$ . (6 bodova)
  - (ii) Nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki  $T(2, 0, 1)$ . (4 boda)
4. Riješite Cauchyev problem:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x} - 1 - x &= 0, \\ y(0) &= 0. \end{aligned}$$

(10 bodova)

5. Nadite opće rješenje jednadžbe

$$y'' + y' - 6y = xe^{2x}.$$

(10 bodova)